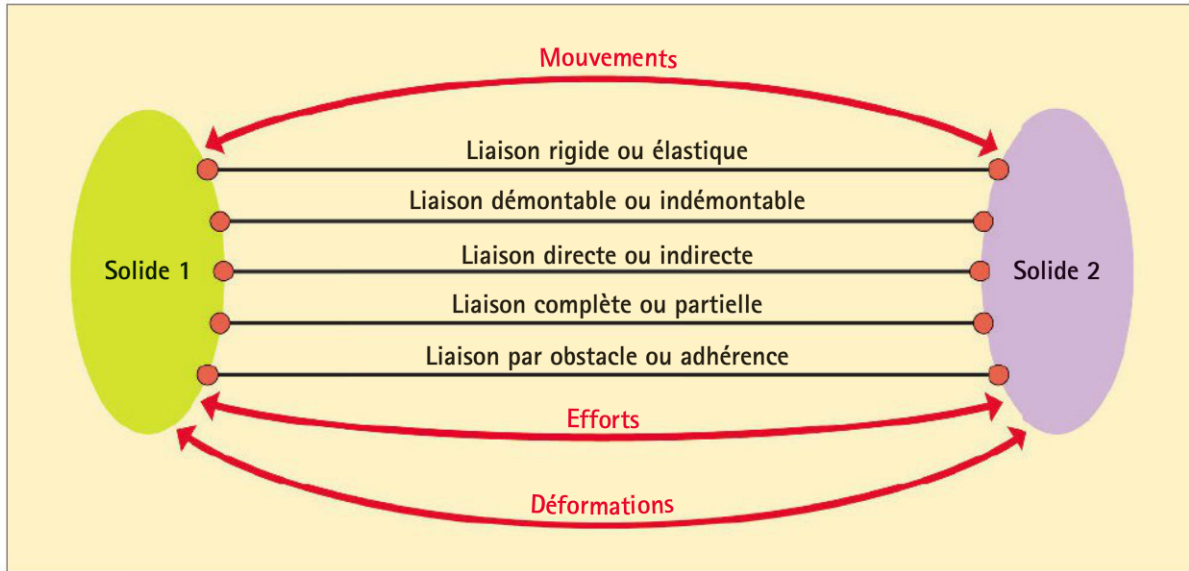


# Typologie des solutions constructives des liaisons entre solides

**OBJECTIF**

Identifier les solutions permettant de lier les solides.



Document 1 Caractérisation des liaisons entre solides

## 1 Relation Liaison – Comportement

➔ Voir fiche C 3.10

Les solutions d'assemblage entre solides permettent la transmission d'efforts et/ou de mouvements en fonction d'exigences techniques et des **degrés de liberté** imposés. Ces solutions constructives peuvent être représentées par des liaisons cinématiques modélisables mathématiquement sous forme de torseurs.

- Un ensemble de forces d'un milieu 2 sur un solide 1 (ou un ensemble de solide) se note :

- $\vec{R}_{(2 \rightarrow 1)}$  est appelée **résultante du torseur des efforts** et correspond à la somme vectorielle des forces représentant l'action de 2 sur le solide 1 ;
- $\vec{M}_{A(2 \rightarrow 1)}$  est appelé **moment du torseur des efforts au point A** et correspond à la somme vectorielle calculée en A des moments des forces de 2 sur 1.

$$\{\tau_{(2/1)}\} = \begin{Bmatrix} \vec{R}_{(2/1)} \\ \vec{M}_{A(2/1)} \end{Bmatrix}_{(x, y, z)}$$

- Un ensemble de vitesses d'un solide 2 par rapport à un solide 1 se note :

- $\vec{\Omega}_{(2/1)}$  est appelée **résultante du torseur des vitesses** et correspond à la somme vectorielle des **taux de rotation** de 2 par rapport à 1 ;
- $\vec{V}_{A(2/1)}$  est appelé **moment du torseur des vitesses au point A** et correspond à la somme vectorielle calculée en A des **vecteurs vitesse** de 2 par rapport à 1.

$$\{\nu_{(2/1)}\} = \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}_{(2/1)} \\ \vec{V}_{A(2/1)} \end{Bmatrix}_{(x, y, z)}$$

Si l'on considère les liaisons comme parfaites (contact sans jeu et sans frottement), à chaque liaison correspondent un torseur des efforts et un torseur des vitesses qui peuvent s'exprimer dans un repère lié à la liaison (document 2).

Des relations mathématiques entre les torseurs, utilisées dans les logiciels de simulation, permettent de déterminer les efforts en tout point du système et d'en déduire les contraintes et les déformations. Ces logiciels utilisent une modélisation des liaisons sous forme de blocs paramétrables (modèles de comportement).

## 2 Les liaisons rigides

Voir fiche C.2.4

Les liaisons rigides sont constituées de deux solides indéformables liés l'un avec l'autre, qui ne tolèrent pas de déformations des éléments qui les constituent.

Liaison cinématique	Exemple	Torseur des efforts au centre de la liaison	Torseur des vitesses au centre de la liaison	Modèle de comportement
Encastrement 		$\{\tau_{(2/1)}\}: \begin{Bmatrix} R_x & M_x \\ R_y & M_y \\ R_z & M_z \end{Bmatrix}_{(x,y,z)}$	$\{v_{(2/1)}\}: \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(x,y,z)}$	non disponible en bibliothèque
Pivot 		$\{\tau_{(2/1)}\}: \begin{Bmatrix} R_x & 0 \\ R_y & M_y \\ R_z & M_z \end{Bmatrix}_{(x,y,z)}$	$\{v_{(2/1)}\}: \begin{Bmatrix} \Omega_x & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(x,y,z)}$	
Glissière 		$\{\tau_{(2/1)}\}: \begin{Bmatrix} 0 & M_x \\ R_y & M_y \\ R_z & M_z \end{Bmatrix}_{(x,y,z)}$	$\{v_{(2/1)}\}: \begin{Bmatrix} 0 & V_x \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(x,y,z)}$	
Hélicoïdale 		$\{\tau_{(2/1)}\}: \begin{Bmatrix} R_x & M_x = \lambda \cdot R_x \\ R_y & M_y \\ R_z & M_z \end{Bmatrix}_{(x,y,z)}$ où $\lambda = \frac{p}{2\pi}$ , $p$ étant le pas	$\{v_{(2/1)}\}: \begin{Bmatrix} \Omega_x & V_x = \lambda \cdot \Omega_x \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(x,y,z)}$	non disponible en bibliothèque
Pivot glissant 		$\{\tau_{(2/1)}\}: \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ R_y & M_y \\ R_z & M_z \end{Bmatrix}_{(x,y,z)}$	$\{v_{(2/1)}\}: \begin{Bmatrix} \Omega_x & V_x \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(x,y,z)}$	
Sphérique 		$\{\tau_{(2/1)}\}: \begin{Bmatrix} R_x & 0 \\ R_y & 0 \\ R_z & 0 \end{Bmatrix}_{(x,y,z)}$	$\{v_{(2/1)}\}: \begin{Bmatrix} \Omega_x & 0 \\ \Omega_y & 0 \\ \Omega_z & 0 \end{Bmatrix}_{(x,y,z)}$	

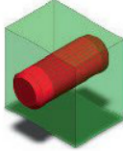
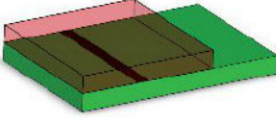

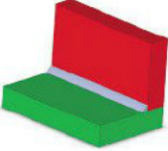
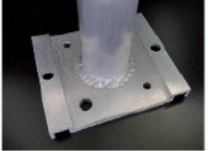
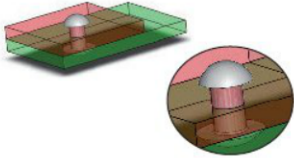

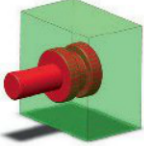

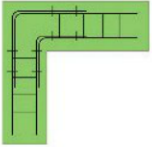

<p>Appui plan</p>	$\{\tau_{(2/1)}\} : \left\{ \begin{array}{c c} 0 & M_x \\ 0 & M_y \\ \hline R_z & 0 \end{array} \right\}_{(x,y,z)}$	$\{v_{(2/1)}\} : \left\{ \begin{array}{c c} 0 & V_x \\ 0 & V_y \\ \hline \Omega_z & 0 \end{array} \right\}_{(x,y,z)}$	
<p>Linéaire rectiligne</p>	$\{\tau_{(2/1)}\} : \left\{ \begin{array}{c c} 0 & 0 \\ 0 & M_y \\ \hline R_z & 0 \end{array} \right\}_{(x,y,z)}$	$\{v_{(2/1)}\} : \left\{ \begin{array}{c c} \Omega_x & V_x \\ 0 & V_y \\ \hline \Omega_z & 0 \end{array} \right\}_{(x,y,z)}$	non disponible en bibliothèque
<p>Sphère-Cylindre</p>	$\{\tau_{(2/1)}\} : \left\{ \begin{array}{c c} 0 & 0 \\ R_y & 0 \\ \hline R_z & 0 \end{array} \right\}_{(x,y,z)}$	$\{v_{(2/1)}\} : \left\{ \begin{array}{c c} \Omega_x & V_x \\ \Omega_y & 0 \\ \hline \Omega_z & 0 \end{array} \right\}_{(x,y,z)}$	non disponible en bibliothèque
<p>Sphère-Plan</p>	$\{\tau_{(2/1)}\} : \left\{ \begin{array}{c c} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \hline R_z & 0 \end{array} \right\}_{(x,y,z)}$	$\{v_{(2/1)}\} : \left\{ \begin{array}{c c} \Omega_x & V_x \\ \Omega_y & V_y \\ \hline \Omega_z & 0 \end{array} \right\}_{(x,y,z)}$	non disponible en bibliothèque

Document 2 Modélisations des liaisons rigides (norme NFE 04015 / ISO 3952)

## 2.1 Les solutions constructives pour liaisons complètes

Ces liaisons ne permettent aucun mouvement d'un solide par rapport à l'autre. Lors des études de comportement, il est possible de considérer les éléments comme étant une seule pièce.

Types	Solutions	Illustrations	Domaines privilégiés d'application	Exemple
Liaison démontable	Visserie		Mécanique générale Structure métallique	
	Clip		Pièce plastique Coques de téléphone	

Liaison indémontable	Frettage		Le principe de l'emmanchement forcé (par dilatation thermique par exemple)	
	Colle		Pièces métalliques Structure bois lamellé-collé	
	Soudure		Pièces en matières plastiques et métalliques Carrosserie automobile	
	Rivet		Structures métallique (ouvrages d'art, avions)	
	Surmoulage		La pièce en matière plastique est moulée autour d'un insert (souvent métallique)	
	Coulage en béton armé		Le béton est coulé autour du ferrailage	

Document 3 Liaisons complètes

**EXEMPLE**


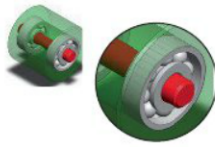

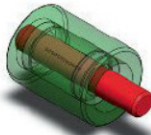

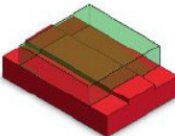
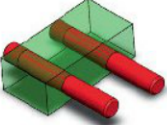
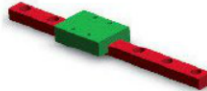



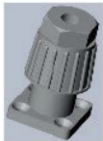
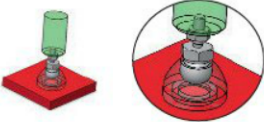
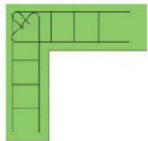
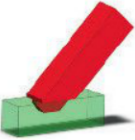
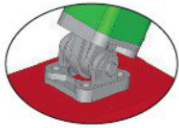

La jante, assemblée au plateau à l'aide de 4 vis, correspond à une liaison complète pouvant être modélisée par les torseurs suivants :

$$\left\{ \tau_{(2/1)} \right\}_A : \left\{ \begin{array}{c|c} R_x & M_x \\ R_y & M_y \\ R_z & M_z \end{array} \right\}_{(x,y,z)} \quad \left\{ \nu_{(2/1)} \right\}_A : \left\{ \begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_{(x,y,z)}$$

## 2.2. Les solutions constructives pour liaisons partielles et guidages

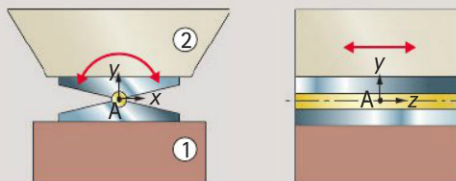
Ces liaisons autorisent des mouvements relatifs entre les solides constituant la liaison.

Types	Solutions	Illustrations	Commentaires
Guidage en rotation (liaison pivot)	Par contact cylindrique direct		Convient pour de faibles vitesses Mécanique
	Roulement		Convient à des vitesses élevées Mécanique
	Coussinets		Convient pour les petites dimensions Mécanique
Guidage en translation (liaison glissière)	Douilles à billes		Mécanique
	Contact direct sur surfaces cylindriques et arrêt en rotation		Mécanique
	Contact direct sur surfaces planes		Mécanique
	Guidages en parallèle		Mécanique
	Glissière avec éléments roulants		Mécanique Génie civil

Appui (liaison ponctuelle)	Par contact direct		Mécanique Structures
	Pied d'appui réglable		Mécanique Génie civil
	Pied d'appui sphérique ou conique		Génie civil Bâtiment Mécanique
Articulation (liaison pivot ou rotule à débattement réduit)	Structure béton armé		Bâtiment (les mouvements sont très faibles)
	Par contact direct		Embrèvement pour charpente bois (les mouvements sont très faibles)
	Chape		Articulation pour structure bois Mécanique
	Articulation rotule		Mécanique générale

Document 4 Liaisons partielles et guidages

EXEMPLE



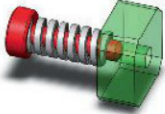



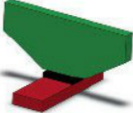

L'appui entre la pile du pont et le support correspond à une liaison pivot glissant d'axe  $\vec{z}$  qui peut être modélisée par les torseurs suivants :



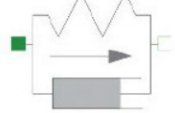
$$\{\tau_{(2/1)}\}_A : \begin{Bmatrix} R_x \\ R_y \\ 0 \\ M_x \\ M_y \\ 0 \end{Bmatrix}_{(x,y,z)} \quad \{v_{(2/1)}\}_A : \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Omega_z \\ 0 \\ 0 \\ V_z \end{Bmatrix}_{(x,y,z)}$$

### 3 Les liaisons élastiques

Ces liaisons sont composées d'au moins un constituant déformable permettant un mouvement ou plusieurs mouvements relatifs entre les solides constituant la liaison.

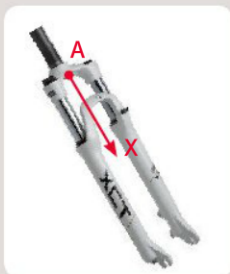
Les liaisons élastiques sont utilisées pour amortir les chocs ou les vibrations et permettent également d'absorber l'énergie et de la restituer.

Solutions	Illustrations	Commentaires	Exemples
Ressort de compression		Mécanique générale (suspension auto ou moto) Outillage	
Ressort de traction		Mécanique générale Horlogerie	
Blocs élastomères		Silent block pour les liaisons des moteurs Appuis de pont en génie civil Outillage	

Liaison élastique	Constantes	Modèle mathématique	Modèle de comportement (Modelica.org)
Ressort (traction-compression)	Raideur $k$ (N/m)	$k = \frac{F}{l - l_0}$ $F$ : charge (N) $l - l_0$ : flèche (m)	
Amortisseur	Amortissement visqueux $c$ (N.s/m)		
Ressort avec amortissement	Raideur et amortissement visqueux		

Document 5 Modélisations des liaisons élastiques

#### EXEMPLE



L'assemblage entre la tête de fourche et l'ensemble fourreaux - arceau est réalisé par deux guidages parallèles et correspond à une liaison glissière pouvant être modélisée par les torseurs suivants :

$$\{\tau_{(2/1)}\}: \begin{Bmatrix} 0 & M_x \\ R_y & M_y \\ R_z & M_z \end{Bmatrix}_{(x,y,z)} \quad \{\nu_{(2/1)}\}: \begin{Bmatrix} 0 & V_x \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(x,y,z)}$$

Les ressorts dans les fourreaux ajoutent une liaison élastique permettant d'absorber les vibrations.

**À PROPOS DE LA DISSIPATION DE L'ÉNERGIE LORS D'UN SÉISME I**

Pour favoriser la résistance d'une construction aux séismes, on peut minimiser l'action sismique, c'est-à-dire les effets dus à l'inertie des masses auxquelles elle sera soumise et l'énergie communiquée par les secousses. On peut aussi maximiser la capacité de réaction des bâtiments en accroissant :

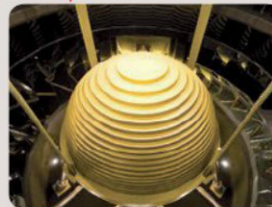
- leur résistance mécanique,
- leur capacité à stocker l'énergie, grâce à leurs déformations élastiques, comme un ressort,
- leur capacité à dissiper l'énergie par réflexion vers le sol, par frottement externe à l'aide d'amortisseurs ou par amortissement interne (viscosité des matériaux).

La solution la plus simple consisterait à construire avec de faibles masses. On peut aussi agir sur la réduction de l'accélération que la construction subit au moment du séisme en choisissant un site et un terrain d'implantation qui ne donnent pas lieu à des amplifications désastreuses, qui dépendent à la fois de l'accélération prévisible du sol où se situe l'ouvrage et de l'amplification portée sur ce dernier. Cette notion correspond à une « réponse » des constructions aux séismes, directement liée à la conception même de l'ouvrage.

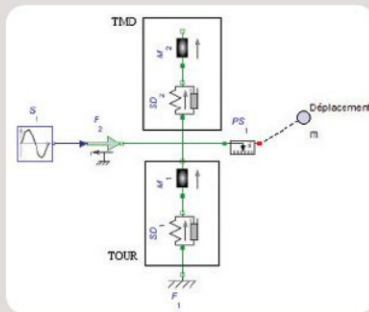
En se limitant aux effets directs et induits, nous pouvons dégager trois types de structures :

- les structures infiniment rigides avec une période propre pratiquement nulle (Exemple : blockhaus) ;
- les constructions ayant une période propre comprise entre 0,1 et quelques secondes (Exemples : maisons courantes et bâtiments rigides en béton armé) ;
- les constructions ayant de très longues périodes d'oscillation, supérieures à 5 secondes (ouvrages souples et flexibles, Exemple : immeubles de grande hauteur).

Dans le cas des immeubles de très grande hauteur, comme à Taipei, les ingénieurs ont adopté une solution originale : la mise en place d'un pendule d'une masse de 660 tonnes à une certaine distance du sol pour reprendre les effets dus aux séismes et au vent (principe de la masse accordée) (voir photos ci-contre).



[www.taipei-101.com.tw](http://www.taipei-101.com.tw)

**Modélisation du pendule de masse de la tour de Taipei**

Le modèle de comportement de la figure ci-contre permet de prévoir le mouvement de la tour et du TMD suite à un séisme. Il est composé de deux oscillateurs couplés mis en mouvement par une force extérieure sinusoïdale de la forme  $F \times \cos(\omega t)$ .

Le premier oscillateur (la tour) est modélisé par une masse  $m_1$  en liaison élastique (ressort avec amortissement).

Le deuxième oscillateur (le TMD) de masse  $m_2$  est soumis aux mêmes types de forces.

**À moi de le faire !**

- 1) Identifier le type de liaison entre le stator et le rotor du moteur du sèche-mains Dyson Airblade™.
- 2) Quelle solution constructive est utilisée pour réaliser cette liaison ?
- 3) Un élément de l'ensemble moteur permet d'absorber les vibrations. De quel type de liaison s'agit-il ? Quelle solution constructive est utilisée ?